

# 最优化技术在食品工程上的应用

厦门水产学院食品工程系 王美桂

## 概述

优化的目的是定量地测定系统的最佳状态,即在有限资源或约束条件下,使得食品工程的科学试验、生产技术、工程设计和生产管理、社会经济问题等得到最满意的效果。在迅速发展、高度复杂及竞争激烈的食品工业中,最优化技术是提高产品经济效益必不可少的工具。但由于食品特性及其过程数学模型的高度复杂性,使得最优化技术在食品工程上的应用落后于其他学科,随着计算机的发展及最优化技术与微机结合的增加,大而复杂的优化体系将得到解决。本文主要介绍利用最优化技术来解决蛋黄酱的生产及其原料和产品运输的最优化问题。

## 蛋黄酱生产的最优化

优化问题就是确定系统的目标函数、选择独立变量、建立系统的数学模型,以便确定最优化的目标。工业规模最优化的解决依赖于系统的数学模型、计算方法,计算机程序及用户计算机接口,而数学模型是所有最优化的基础。

蛋黄酱是油、蛋黄、盐、醋、芥末粉和水等,以一定的比例拼料而成。为保证蛋黄酱的质量、根据生产实际提出了以下的约束条件:

1. 油的数量可以是总重量的 65% 到 80% 之间变化,且 25% 的蛋黄被认为是油。
2. 蛋黄的含量可以从 6.5% 到 8% 之间变化。
3. 盐的成份不能超过 0.8%, 咸的蛋黄用作制备产品时,盐占蛋黄的 1/10。
4. 醋的用量为 1/10 的酸,酸的含量可以是产品总重量的 0.2% 到 0.5%。

5. 所有的醋和 1/2 的蛋黄是湿的,其水含量可以从低限的 12% 变化到高限的 18%。

6. 芥末粉的含量可以从 0.25% 变化到 1.0%。

7. 水含量必须少于等于 50 倍的酸含量。

8. 油的含量必须少于等于 12 倍的蛋黄含量。

由以上的约束条件及表 1 的原料价格表得到如下的数学模型

表 1 原料价格表 单位:元/公斤

| 成份 | 油 $x_1$ | 蛋黄 $x_2$ | 盐 $x_3$ | 醋 $x_4$ | 芥末粉 $x_5$ | 水 $x_6$ |
|----|---------|----------|---------|---------|-----------|---------|
| 价格 | 4.5     | 7.0      | 0.2     | 2.0     | 5.5       | 0       |

$$\text{最低成本} = f_1(x) = 4.5x_1 + 7.0x_2 + 0.2x_3 + 2.0x_4 + 5.5x_5$$

## 约束条件

$$\text{重量} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 100$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + 0.25x_2 \geq 65 \\ x_1 + 0.25x_2 \leq 80 \end{array} \right\} \text{油}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_2 \geq 6.5 \\ x_2 \leq 8.0 \end{array} \right\} \text{蛋黄}$$

$$0.1x_2 + x_3 \leq 0.8 \text{ 盐}$$

$$\left. \begin{array}{l} 0.1x_4 \geq 0.2 \\ 0.1x_4 \leq 0.5 \end{array} \right\} \text{醋}$$

$$\left. \begin{array}{l} 0.5x_2 + x_4 + x_6 \geq 12 \\ 0.5x_2 + x_4 + x_6 \leq 18 \end{array} \right\} \text{水}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_5 \geq 0.25 \\ x_5 \leq 1.0 \end{array} \right\} \text{芥末}$$

$$0.5x_2 - 4.0x_4 + x_6 \leq 0 \text{ 水与酸的比例}$$

$$x_1 - 11.75x_2 \leq 0 \text{ 油与蛋黄的比例}$$

利用本文附录所示的优化计算机程序,对上述问题进行求解,其最优化的结果列于表 2。

表 2 给出了蛋黄酱生产的最优拼料配方及

表2 蛋黄酱生产最优化结果

| 成 份       | 用 量(gk) |
|-----------|---------|
| 油         | 78.33   |
| 蛋 黄       | 6.67    |
| 盐         | 0.133   |
| 醋         | 5.00    |
| 芥末粉       | 0.25    |
| 水         | 9.62    |
| 蛋黄酱总量(kg) | 100.00  |
| 总价格(元)    | 410.57  |

其产品的最优价格。针对不断变化的物价市场,可根据原料的价格,在保证产品质量的前提下,求出其相应的最优配方及其最优价,以加强产品的竞争能力。

### 产品运输的最优化

在食品的生产过程中,原料及其产品的运输也是一个极其复杂的最优化问题。一般地运输问题的数学模型可以表示为:

$$\text{最小运输成本} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} Z_{ij}$$

$$\text{约束条件} \sum_{j=1}^n Z_{ij} \leq b_i, i=1, 2, \dots, m (\text{供给限制})$$

$$\sum_{i=1}^m Z_{ij} \leq d_j, j=1, 2, \dots, n (\text{需要限制})$$

$Z_{ij} \geq 0 \quad i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, m$  (表示不能再从需要地运回供给地)。

其中  $Z_{ij}$  表示从第  $i$  个发点运到第  $j$  个收点的数量;  $C_{ij}$  为第  $i$  个发点到第  $j$  个收点的单位运价;  $b_i$  为第  $i$  个发点可供给的总量;  $d_j$  为第  $j$  个收点的需要总量。

在蛋黄酱的生产过程中,原料(油、蛋黄、盐、醋及芥末粉)分别从五个不同产地( $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5$ )运到某两个食品厂( $F_1, F_2$ )产品运到某五个城市( $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$ )单位产品的运价及食品厂的供给量和多城市的需要量分别如表3至表6所示。

表3 原料运费 单位: 元/吨

| 运费<br>收点<br>发点 | 从 $T_1$ | $T_2$ | $T_3$ | $T_4$ | $T_5$ |
|----------------|---------|-------|-------|-------|-------|
| 到 $F_1$        | 14.7    | 18.9  | 25.8  | 31.2  | 42.0  |
| $F_2$          | 24.3    | 29.7  | 32.1  | 30.0  | 40.0  |

表4 产品运价表 单位: 元/吨

| 运费<br>收点<br>发点 | 到 $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | $C_5$ |
|----------------|---------|-------|-------|-------|-------|
| 从 $F_1$        | 9.5     | 15.0  | 18.0  | 20.5  | 39.0  |
| $F_2$          | 19.5    | 13.7  | 28.6  | 30.1  | 10.0  |

表5 原料供求量与需要量关系表 单位: 吨

| 输入<br>收点<br>发点<br>(出)量 | 从 $T_1$ | $T_2$ | $T_3$ | $T_4$ | $T_5$    | 需要量    |
|------------------------|---------|-------|-------|-------|----------|--------|
| 到 $F_1$                | $x_1$   | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$    | 8.1~10 |
| $F_2$                  | $x_6$   | $x_7$ | $x_8$ | $x_9$ | $x_{10}$ | 13~15  |
| 供应量                    | 5.0     | 3.0   | 7.5   | 5.9   | 3.4      |        |

表6 产品供应量与需要量关系表 单位: 吨

| 输入<br>收点<br>发点<br>(出)量 | 到 $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | $C_5$    | 供应量  |
|------------------------|---------|-------|-------|-------|----------|------|
| 从 $F_1$                | $y_1$   | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ | $y_5$    | 15.5 |
| $F_2$                  | $y_6$   | $y_7$ | $y_8$ | $y_9$ | $y_{10}$ | 8.7  |
| 需要量                    | 5~6.9   | 2~2.8 | 6~8.3 | 4~5.6 | 1~1.4    |      |

根据原料及产品的运价表及供需关系表,可得出蛋黄酱及其原料运输问题的优化数学模型分别为:

### 原料运输的优化模型:

$$\text{最低成本 } f_2(x) = 14.7x_1 + 18.9x_2 + 25.8x_3 + 31.2x_4 + 42.0x_5 + 24.3x_6 + 29.7x_7 + 32.1x_8 + 30.0x_9 + 40.0x_{10}$$

$$\text{约束条件 } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 8.1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 10.0$$

$$x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} \geq 13$$

$$x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} \leq 15$$

$$x_1 + x_6 = 5.0$$

$$x_2 + x_7 = 3.0$$

$$x_3 + x_8 = 7.5$$

$$x_4 + x_9 = 5.9$$

$$x_5 + x_{10} = 3.4$$

产品运输的优化模型

$$\begin{aligned} \text{最低成本 } f_3(x) = & 9.5y_1 + 15.0y_2 + 18.0y_3 \\ & + 20.5y_4 + 39.0y_5 + 19.5y_6 + 13.7y_7 + 28.6y_8 \\ & + 30.1y_9 + 10.0y_{10} \end{aligned}$$

$$\text{约束条件 } y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 15.5$$

$$y_6 + y_7 + y_8 + y_9 + y_{10} = 8.7$$

$$y_1 + y_6 \geq 5.0$$

$$y_1 + y_8 \leq 6.9$$

$$y_2 + y_7 \geq 2.0$$

$$y_2 + y_7 \leq 2.8$$

$$y_3 + y_8 \geq 6.0$$

$$y_3 + y_8 \leq 8.3$$

$$y_4 + y_9 \geq 4.0$$

$$y_4 + y_9 \leq 5.6$$

$$y_5 + y_{10} \geq 1.0$$

$$y_5 + y_{10} \leq 1.4$$

同样地, 利用本文附录 1 的优化程序算出蛋黄酱生产的原料及其产品的最优解分别如表 7、8 所示。

表 7 原料运输最优解 单位: 吨

| 输入  | 项目 | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ | $x_8$ | $x_9$ | $x_{10}$ |
|-----|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| 需要量 |    | 5     | 3     | 2     | 0     | 0     | 0     | 0     | 5.5   | 5.9   | 3.4      |

$$f_{20pt}(x) = 671.35 \text{元}$$

表 8 产品运输最优解 单位: 吨

| 输出  | 项目 | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ | $y_5$ | $y_6$ | $y_7$ | $y_8$ | $y_9$ | $y_{10}$ |
|-----|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| 供应量 |    | 6.9   | 0     | 6     | 2.6   | 0     | 3.1   | 2.8   | 0     | 1.4   | 1.4      |

$$f_{30pt}(x) = 381.8 \text{元}$$

表 7、表 8 给出了蛋黄酱生产中原料及其产品运输的最优方案, 对工业企业的生产管理具有重要的指导意义。

### 结果、分析

最优化技术在食品工程上的应用具有相当重要的意义, 它使我们利用尽可能少的原料生产出经济效益最高, 产品质量最好的产品。对

食品工业的科研、生产设计及生产管理具有一定的指导作用, 能显著地提高产品的经济效益。本文所介绍的优化问题, 只是利用“线性规划”, 使系统达到最优化。在食品工业的科研、生产及设计中, 经常还会遇到多目标、多变量、多约束条件的非线性系统, 也常会有许多部分的数学模型不能确定, 这就需要食品工程的技术人员不断去开发食品工程的最优化技术, 以提高生产效益, 节约能源的利用, 提高产品的质量, 加强产品在国际市场上的竞争。

### 参考文献

1. Bet Dagan, Israel «Computer Aided Techniques in Food Technology»
2. «Food Technology» vol. 36 № 7 1982.
3. «Food Technology» vol. 39 № 11 1985.
4. Norback, J. P. and Matthews, M. E. 1982 «Computer Implementation of Matrix Data structures for Controlling food formulation and manufacture», Food Technol 36 (4): 77
5. Bender, F. E. and Kramer, A. 1982. «Linear programming and its implementation» Ch. pt. 7 in «Application of computers in Food Research and Food industry» ed. I. Sagay. Marcel Dekker, New York.
6. «最优化与最优控制» 英宣三, 1982.

### 附录

一、最优化计算程序。

二、计算机程序应用说明。

1. 本程序由 Basic 引入启动执行后, 机器将自动打印出 Number of variables (询问所解最优化问题中变量的个数)。

2. 由键盘回答变量个数后, 机器将打印 Number of constraints (询问约束条件的个数)。

3. 使用者由键盘回答约束条件的个数后, 机器又将打出 «Enter matrix A» 要求键入约束条件的系数。

4. 之后, 机器又将印出 «Enter objective Function» 要求使用者键入目标函数中各个系数。

5. 目标函数系数输入后, 机器又将自动印出 evaluation of B(i), 要求使用者敲入数组 B(i) 的值。具体规定如下: 由第一个约束条件开始, 若约束条件是  $\geq$  号或  $=$  号, B(i) 为 1; 若约束条件是  $\leq$  号, 则 B(i) 为 0。

6. B(i) 的值输入完, 计算机将进入计算状态。计算完将根据不同的情况给出计算结果的信息。

优化计算机程序:

```

10 REM "the program of linear programming"
20 REM "solutions in simplex method"
30 PRINT "number of variables"
40 INPUT N1
50 PRINT
60 PRINT "number of constraints"

```

```

70 INPUT M
80 PRINT
90 DIM A(M+2, 2 * N1+2), X(M+2, M+2), U(M+2,
M+2) S(3 * M+2), B(2 * M+2)
95 DIM H(M+2)
100 PRINT "enter matrix a"
110 FOR I=1 TO M
120 FOR J=1 TO N1+2
130 INPUT A(I, J)
140 NEXT J
150 PRINT
160 NEXT I
170 PRINT "enter objective"
180 FOR I=1 TO N1+2
190 INPUT A(M+1, I)
200 NEXT I
210 PRINT
220 LET F=1
230 LET P=M+1
240 PRINT
250 PRINT "evaluation of b(i)"
260 LET R=0
270 FOR I=1 TO M
280 INPUT B(I)
290 LET R=R+B(I)
300 NEXT I
310 PRINT
320 LET N=N1+1
330 IF R=0 THEN GOTO 610
340 FOR I=1 TO M+2
350 LET S(I)=0
360 LET S(I)=A(I, N1+2)
370 LET A(I, N1+2)=0
380 NEXT I
390 LET R=0
400 FOR I=1 TO M
410 IF A(I, N1+1) > <1 THEN GOTO 460
420 LET R=R+1
430 IF R=1 THEN GOTO 460
440 LET A(I, N1+R)=A(I, N1+1)
450 LET A(I, N1+1)=0
460 NEXT I
470 LET N=N1+R
480 FOR I=1 TO M+1
490 LET A(I, N+1)=S(I)
500 NEXT I
510 IF R=0 THEN GOTO 540
520 LET F=0
530 LET P=M+2
540 FOR J=1 TO N+1
550 LET A(P, J)=0
560 FOR I=1 TO M
570 IF B(I) > <1 THEN GOTO 590

```

```

580 LET A(P, J)=A(P, J) -A(I, J)
590 NEXT I
600 NEXT J
610 FOR I=1 TO P
620 LET U(I, I)=1
630 FOR J=1 TO P
640 IF J=I THEN GOTO 660
650 LET U(I, J)=0
660 NEXT J
670 NEXT I
680 LET E=.000001
690 LET W=-1
700 FOR I=1 TO P
710 LET B(I)=N+I
720 NEXT I
730 FOR I=1 TO P
740 LET H(I)=0
750 FOR J=1 TO P
760 LET H(I)=H(I)+U(I, J) * A(J, N+1)
770 NEXT J
780 NEXT I
790 IF F=1 THEN GOTO 830
800 IF H(P)+E < 0 THEN GOTO 840
810 LET P=P-1
820 LET F=1
830 LET W=0
840 LET K=0
850 LET R=0
860 FOR J=1 TO N
870 LET S(J)=0
880 FOR I=1 TO P
890 LET S(J)=S(J)+U(P, I) * A(I, J)
900 NEXT I
910 IF S(J)-R+E > 0 THEN GOTO 940
920 LET R=S(J)
930 LET K=J
940 NEXT J
950 IF K=0 THEN GOTO 1230
960 LET R=1E+13
970 LET L=0
980 FOR I=1 TO P
990 LET X(I, K)=0
1000 FOR J=1 TO P
1010 LET X(I, K)=X(I, K)+U(I, J) * A(J, K)
1020 NEXT J
1030 IF X(I, K)-E < 0 THEN GOTO 1100
1040 IF H(I) -E < 0 THEN GOTO 1100
1050 IF I>M THEN GOTO 1100
1060 LET S(I)=H(I)/X(I, K)
1070 IF S(I)-R > 0 THEN GOTO 1100
1080 LET R=S(I)
1090 LET L=I
1100 NEXT I

```

```

1110 IF L=0 THEN GOTO 1260
1120 FOR J=1 TO P
1130 LET U(L, J)=U(L, J)/X(L, K)
1140 NEXT J
1150 FOR I=1 TO P
1160 IF I=L THEN GOTO 1200
1170 FOR J=1 TO P
1180 LET U(I, J)=U(I, J)-U(L, J)*X(L, K)
1190 NEXT J
1200 NEXT I
1210 LET B(L)=K
1220 GOTO 730
1230 IF F=1 THEN GOTO 1280
1240 LPRINT "infeasible"
1250 STOP
1260 LPRINT "unbound"
1270 STOP

```

```

1280 LET Y=-H(M+1)
1290 IF Y>0 THEN GOTO 1320
1300 LPRINT "objective function is max.=", -Y
1310 GOTO 1330
1320 LPRINT "objective function is min.=", Y
1330 FOR I=1 TO N1
1340 LET S(I)=0
1350 NEXT I
1360 FOR I=1 TO M
1370 LET J=B(I)
1380 LET S(J)=H(I)
1390 NEXT I
1400 FOR I=1 TO N1
1410 LPRINT "x(,";I;")=";S(I)
1420 PRINT
1430 NEXT I
1440 END

```

## 利用核磁共振技术研究食品体系中的水

无锡轻工学院 韩孝清

### 一 引 言

食品体系中存在的水至少可以分为两类：自由水(Free Water)和结合水(Bound Water)。自由水的特性与纯水大致相同。在食品体系中，自由水可自由流动，在低于 0°C 时即开始冻结，因而易于从食品体系中除去。对于研究食品在加工、贮藏过程中的变化，我们主要感兴趣的是结合水(BW)。对于食品中结合水的进一步了解将为研究食品的物理、化学及微生物特性提供极大的帮助。

对于结合水，Kuprianoff(1958)认为是指那些与食品中的其它组分紧密结合的、性质与自由水不同的水。如 Gur—Arieh 等(1967)发现小麦面粉中有 7% 的水的密度高达 1.58g/ml 可是，随着对测定食品体系中水的存在状态的技术不断进步，人们发现这种对结合水的定义是不甚确切的。Fennema(1976)甚至认为能够被广泛地接受的结合水的定义是不存在的。一般地，结合水应包括：(1)水合化水，(2)毛细管水，(3)固体表面的吸附水。分别地测定

食品体系中这些水的含量是十分困难的。

尽管对食品体系中水分的测定有许多经典的方法可以使用；然而，核磁共振(NMR)技术被认为是当今最有效的一种测定方法。利用 NMR 技术，可以在不破坏样品的情况下在较短时间内直接地测定食品体系中水分的存在状态与含量。早在五十年代和六十年代(Conway 等, 1957; Miller 和 Kaslow, 1963)，就已经用 NMR 技术定量地测定分散于某些固体中的水分。1966年，Sussman 和 Chin 用高分辨 NMR 测定了在低于 -45°C 时鳕鱼肌肉中的水。在 70 年代以前用 NMR 对生物材料中的非冻结水进行研究的还有：By 等(1968)；Dehl 和 Hoefer (1969)；Kunte 等(1969)；Tait 等(1972)；Belton 等(1972, 1973)；Bystrov 等(1973)。

1968 年，Toledo 等用 PA—7 宽线 NMR (Varian, Inc., Palo Alto, Calif.) 研究低蛋白质含量(6.7%)的小麦面粉中的水分，并得出结论：在给定干物质重量的体系中，结合水的量与总的水分含量无关。

1984 年，Lagibalova, T.D; 和 Mank.V.