

表5 86年11月份  
品种: 红蛋糕 平均温度14.17℃ 平均湿度69.04%

分析项目 结果日期	酸价	过氧化值 %	活性水	硬度克	杂菌数	大肠菌群 个/100克	致病菌	感官指标
11月4日	1.15	0.016	0.90	30	15	0	0	96.0
11月8日	1.16	0.018	0.88	50	50	0	0	90.4△
11月14日	1.80	0.020	0.85	60	0	0	0	87.6
11月17日	2.10	0.020	0.85	60	10	0	0	85.5
11月22日	3.63*	0.024	0.85	60	15	0	0	82.3
11月27日	4.00	0.028	0.85	60	15	0	0	81.0
12月3日	3.85	0.041	0.85	60	45	0	0	77.0
12月8日	3.78	0.050	0.84	65	70	0	0	71.1△△
12月13日	1.72	0.055	0.84	65	44.5	0	0	
12月18日	2.06	0.067	0.82	100	15	0	0	
12月23日	2.54	0.072	0.82	100	15	0	0	
12月29日	3.88	0.086	0.82	100	15	0	0	
1月3日	5.12**	0.090	100	100	20	0	0	

油原料分析: 酸价0.72 过氧化值0.046%

### 3. 月份、季度优质期和可食期的确定

从上表看出, 秋季红蛋糕在6天内具有优良品质, 在一个月之内尚可食用。

表6 感官指标数据举例(11月22日)

分析项目 结果日期	甲	乙	丙	丁	结果
外形	85	85	85	90	82.3
色泽	85	90	85	85	
香气	85	85	85	85	
口感	85	80	80	80	

表7

月份	原 料		优质期(天)			可食期(天)		
	酸价	过氧化值	化验	感官	综合	化验	感官	综合
九	1.22	0.27	0	8	0*	0	10	0*
十	1.44	0.110	8	11	8	45	34	34
十一	0.72	0.046	15	4	4	60	34	34
秋季				6				34

\* 九月份蛋糕化验优质期及化验可食期均为0, 在综合时去掉。

### 四、结论

糕点贮存期的研究是一个十分复杂的问题, 它不仅依赖于气候条件、依赖于糕点品种, 还依赖于生产操作的严格性、糕点原料以及产品的稳定性。本文提供的方法可应用于研究各种糕点在各种条件下的极限日期。

(收稿月期86年6月20日)

## 氨基酸互补作用存在的判别标准及互补的优化

河北省商业厅科教处 兰景波

某些蛋白质混合食用比单独食用营养价值要高, 这种现象被称为氨基酸的互补作用(以下简称互补作用)。互补作用早已被动物实验所证实, 但是应用并不太广泛。因为不是所有的蛋白质以任意比例混合都有互补作用, 所以人们自然会问: 随意取几种蛋色质混合, 怎样知

道是否存在互补作用? 如果存在互补作用, 以怎样的比例混合会使互补作用最强? 这是应该回答但目前还没有解决的问题, 从而限制了互补作用在食品工业及科研上的应用。

在限定蛋白质种类, 限制其混合比例的情况下, 可以用动物实验来证明混合有无互补作

用。但是,动物实验周期长,投资大,而且数量有限,有限的动物实验次数解决不了蛋白质以任意比例混合这个无限问题。

本文以目前营养学界对互补作用的普遍解释为基础,采用数学方法给出了一个数学模型,试图回答以上提出的问题。其主要结果如下:

1. 证明了任意种蛋白质混合互补作用最优化的求解是个线性规划问题。
2. 给出了两种和多种蛋白质混合互补作用存在的判别标准。

### 一、互补作用的数学表示

国际上常用氨基酸分来评价蛋白质质量,其定义如下:

$$\text{第 } i \text{ 种必需氨基酸分} = \frac{\text{1克所考察蛋白质中含第 } i \text{ 种必需氨基酸的毫克数}}{\text{1克理想蛋白质中第 } i \text{ 种必需氨基酸的毫克数}}$$

其中  $i=1, 2, 3, \dots, 8$ 。氨基酸分的缺点是没有考虑蛋白质的消化率,由于消化率对食物蛋白利用影响较大,本文对氨基酸分进行改造。设食物蛋白质第  $i$  种必需氨基酸分为  $R_i$ , 设所考察蛋白质的消化率为  $W$ , 令

$$u_i = \omega R_i$$

$u_i$  的意义为:

$$u_i = \frac{\text{1克所考察蛋白质中第 } i \text{ 种必需氨基酸可被人体吸收的毫克数}}{\text{1克理想蛋白质中第 } i \text{ 种必需氨基酸的毫克数}}$$

我们称  $u_i$  为氨基酸修正分。

营养学界普遍认为,蛋白质的质量应按氨基酸修正分中的最低分数值来评价,并称这个最低分所代表的那种氨基酸为“第一限制氨基酸”。按着这个观点,蛋白质的质量评价指标  $K$  应为

$$K = \min[u_1, u_2, \dots, u_8]$$

$K$  大,说明蛋白质质量高; $K$  小,说明蛋白质质量低。

设有两种蛋白质,它们和理想蛋白质的成分如表 1:

表 1

蛋白质种类	所含八种必需氨基酸								蛋白质消化率
I	$C_{1I}$	$C_{2I}$	$C_{3I}$	$C_{4I}$	$C_{5I}$	$C_{6I}$	$C_{7I}$	$C_{8I}$	$W_1$
II	$C_{1II}$	$C_{2II}$	$C_{3II}$	$C_{4II}$	$C_{5II}$	$C_{6II}$	$C_{7II}$	$C_{8II}$	$W_2$
理想	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$	$B_7$	$B_8$	1

根据蛋白质质量指标定义,对蛋白质 I 有

$$K_I = \min[u_1^I, u_2^I, \dots, u_8^I]$$

其中  $u_i^I = \omega_I \frac{C_i^I}{B_i}$ ,  $i=1, 2, \dots, 8$ ,  $u_i^I$  的上角码 I 表示第一种蛋白质,下角码  $i$  表示第  $i$  种必需氨基酸。

对蛋白质 II 有

$$K_{II} = \min[u_1^{II}, u_2^{II}, \dots, u_8^{II}]$$

其中  $u_i^{II} = \omega_{II} \frac{C_i^{II}}{B_i}$ ,  $i=1, 2, \dots, 8$ 。

如果蛋白质 I 与 II (都是纯蛋白) 按  $\lambda = x_1 : x_2$  ( $x_1, x_2 > 0$ ;  $x_1 + x_2 = 1$ ) 混合, 则

$$K_{III} = \min[u_1^{III}, u_2^{III}, \dots, u_8^{III}]$$

其中  $u_i^{III} = (\omega_I C_i^I X_1 + \omega_{II} C_i^{II} X_2) / B_i = u_i^I x_1 + u_i^{II} x_2$ ,  $i=1, 2, \dots, 8$ 。

蛋白质 I 与 II 混合有无互补作用,从数学角度看,就是是否存在某一混合比例入,使

$$K_{III}(\lambda) > \max[K_I, K_{II}]$$

如果存在这样的  $\lambda$ , 两种蛋白质混合则有互补作用。否则,对任意的  $\lambda$  ( $0 \leq \lambda \leq \infty$ ), 总有

$$K_{III}(\lambda) \leq \max[K_I, K_{II}]$$

两种蛋白质混合就没有互补作用。

互补作用最优化的提法是,在 I II 混合有互补作用的前提下,寻求一  $\lambda_0$ , 使得

$$K_{III}(\lambda_0) = \max K_{III}(\lambda)$$

$$0 \leq \lambda \leq \infty$$

对于  $m$  ( $m > 2$ ) 种蛋白质混合, 设  $K_{i混}$  表示混合后蛋白质的质量指标,  $u_{i混}$  表示混合第  $i$  种必需氨基酸的修正分 ( $i=1, 2, \dots, 8$ ),  $u_i^z$  表示混合前第  $z$  种蛋白质第  $i$  种必需氨基酸的修正分 ( $z=1, 2, \dots, m$ ),  $K_z$  表示混合前第  $z$  种蛋白质的质量指标, 那么  $K_{混}$  为

$$K_{混} = \min[u_{1混}, u_{2混}, \dots, u_{8混}]$$

$m$  种蛋白质混合有无互补作用, 就是是否

存在某一混合比例  $x_1':x_2':\dots x_m'$  ( $x_1'+x_2'+\dots+x_m'=1$ ),  $(x_1', x_2', \dots, x_m')$  是  $m$  维空间的一点)使

$$K_{混} > \max[K_1, K_2, \dots, K_m]$$

如果存在这样的混合比例使上式成立, 则混合有互补作用。否则, 对任意混合比例总有

$$K_{混} \leq \max[K_1, K_2, \dots, K_m]$$

则混合无互补作用。

$m$  种蛋白质最佳配比求解的提法是:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{求 } \max K_{混} = \min[u_1^{混}, \dots, u_8^{混}] \\ \text{其中 } u_i^{混} = u_i^1 x_1 + u_i^2 x_2 + \dots + u_i^m x_m \\ x_1 + x_2 + \dots + x_m = 1 \\ x_1, x_2, \dots, x_m \geq 0 \\ i = 1, 2, \dots, 8 \end{array} \right.$$

这是一个非线性规划问题。

## 二、 $m$ 种蛋白质混合互补作用 最佳配比求解方法

最佳配比求解

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{求 } \max K_{混} = \min[u_1^{混}, \dots, u_8^{混}] \\ \text{其中 } u_i^{混} = u_i^1 x_1 + u_i^2 x_2 + \dots + u_i^m x_m \\ x_1 + x_2 + \dots + x_m = 1 \\ x_1, x_2, \dots, x_m \geq 0 \\ i = 1, 2, \dots, 8 \end{array} \right.$$

是个非线性规划问题。我们将此问题记做问题 I。问题 I 可以化成线性规划问题。

为此, 引进

$$x_0 = K_{混}$$

根据  $K_{混} = \min[u_1^{混}, u_2^{混}, \dots, u_8^{混}]$ , 有

$$x_0 \leq u_1^{混}$$

$$x_0 \leq u_2^{混}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x_0 \leq u_8^{混}$$

或写作

$$x_0 - u_1^{混} \leq 0$$

$$x_0 - u_2^{混} \leq 0$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x_0 - u_8^{混} \leq 0$$

那么, 问题 I 可以化为以下线性规划问题:

$$\text{求 } \max f(x_0, x_1, x_2, \dots, x_m) = x_0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{受制于 } x_0 - u_1^{混} \leq 0 \\ x_0 - u_2^{混} \leq 0 \\ \dots\dots\dots \\ x_0 - u_8^{混} \leq 0 \\ x_1 + x_2 + \dots + x_m = 1 \\ x_0, x_1, x_2, \dots, x_m \geq 0 \\ \text{其中 } u_i^{混} = u_i^1 x_1 + u_i^2 x_2 + \dots + u_i^m x_m \end{array} \right.$$

我们把此问题记做问题 II。

下面我们证明问题 I 与问题 II 有相同的最优解。

证: 设  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$  是问题 I 的最优解, 即

$$\max K_{混} = K_{混}^*$$

$$\text{其中 } K_{混}^* = \min[u_1^{混}, u_2^{混}, \dots, u_8^{混}]$$

$$u_i^{混} = u_i^1 x_1^* + u_i^2 x_2^* + \dots + u_i^m x_m^*$$

$$x_1^* + x_2^* + \dots + x_m^* = 1$$

$$x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^* \geq 0$$

$$\text{令 } K_{混}^* = x_0^*$$

$$\text{显然有 } x_0^* - u_1^{混} \leq 0$$

$$x_0^* - u_2^{混} \leq 0$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x_0^* - u_8^{混} \leq 0$$

$$\text{连同 } u_i^{混} = u_i^1 x_1^* + u_i^2 x_2^* + \dots + u_i^m x_m^*$$

$$x_1^* + x_2^* + \dots + x_m^* = 1$$

$$x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^* \geq 0$$

说明  $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_m^*)$  是问题 II 的可行解。

如果  $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_m^*)$  不是问题 II 的最优解, 则问题 II 必有一个可行解  $(\bar{x}_0, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m)$  使  $\bar{x}_0 > x_0^*$ 。因为

$$\bar{x}_0 - u_1^{混} \leq 0$$

$$\bar{x}_0 - u_2^{混} \leq 0$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\bar{x}_0 - u_8^{混} \leq 0$$

即有  $\bar{x}_0 \leq \min[u_1^{混}, u_2^{混}, \dots, u_8^{混}] = K_{混}$ 。由于  $\bar{x}_0 > x_0^*$  及  $x_0 = \max K_{混}$ , 则得出这样的结论:

$$K_{混} \geq \bar{x}_0 > x_0^* = \max K_{混}$$

这显然是矛盾的。因此, 这就证明了  $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_m^*)$  一定是问题 II 的最优解。

反过来, 如果  $(x_0, x_1^*, \dots, x_m^*)$  是问题 II 的最优解, 则  $(x_1^*, \dots, x_m^*)$  一定是问题 I 的最优解。否则,  $(x_1^*, \dots, x_m^*)$  不是问题 I 的最优解。

解, 则必有一可行解  $(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_m)$ , 代入问题 I 所得到的  $\bar{K}_{\text{混}}$  大于  $(x_1^*, \dots, x_m^*)$  代入问题 I 所得到的  $K_{\text{混}} = x_0^*$ , 那么对问题 II 来说, 可行解  $(\bar{K}_{\text{混}}, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m)$  比  $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_m^*)$  好, 这样  $(x_0^*, x_1^*, \dots, x_m^*)$  就不是问题 II 的最优解, 这 and 原设矛盾。所以问题 II 的最优解一定是问题 I 的最优解。从而, 我们证明了问题 I 与问题 II 具有相同的最优解。

以上我们证明了  $m$  种蛋白质混合最佳配比求解可归结为求一个线性规划问题。线性规划问题是一个成熟的数学问题, 其解法见最优化方法及专门的线性规划书籍。

### 三、两种蛋白质混合质量指标变化

两种蛋白质混合是蛋白质混合最简单的情况, 混合后蛋白质质量变化可用图象表示出来, 这对于确定是否存在互补作用, 最佳配比求解带来了方便。

两种蛋白质混合, 其氨基酸修正分  $u_i^{\text{III}} = u_i^{\text{I}}x_1 + u_i^{\text{II}}x_2$ ,  $i = 1, 2, \dots, 8$ , 通过  $x_2 = 1 - x_1$  替换, 可化为  $(u_i^{\text{II}} - (u_i^{\text{I}} - u_i^{\text{II}})x_1) + u_i^{\text{II}}$ ,  $i = 1, 2, \dots, 8$ , 显然, 上式是一个关于自变量  $x_1$  的直线族。以  $x_1$  为横轴, 以  $u_i^{\text{III}}$  为纵轴, 画出图来如图 1 所示

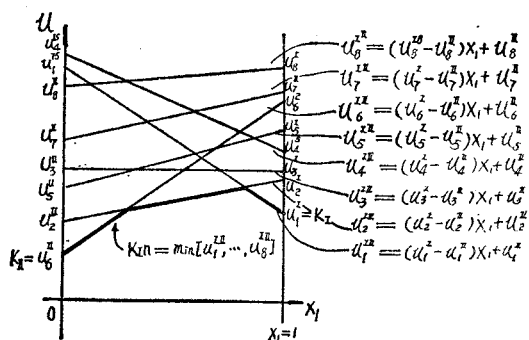


图 1

根据两种蛋白质混合质量指标的定义  $K_{\text{II}} = \min[u_1^{\text{III}}, u_2^{\text{III}}, \dots, u_8^{\text{III}}]$ , 可以确定, 图 1 中直线族最下沿的折线(有时是一条直线), 是两种蛋白质混合后, 质量指标随  $x_1$  变化的曲线。有了这条曲线, 我们可以方便地解决以下两个问题:

1. 从曲线上直线观察到两种蛋白质有无互补作用, 就是说, 对于  $[0, 1]$  上的变量  $x_1$ , 是否存在  $x_{11}$ ,  $x_{11} \in [0, 1]$ , 使

$$K_{\text{III}}(\lambda_1) > \max[K_{\text{I}}, K_{\text{II}}]$$

$$\text{其中 } \lambda_1 = \frac{x_{11}}{1 - x_{11}}$$

2 从曲线上直接观察到最佳配比, 即  $\max K_{\text{III}}(x_1)$  (或  $\max K_{\text{III}}(\lambda)$ ) 所在位置和大小  $x_1 \in [0, 1]$   $0 \leq \lambda < \infty$

### 四、两种蛋白质混合互补作用存在的判别标准

两种蛋白质混合有无互补作用, 可以直接从原始数据出发直接判定。下面对各种情况进行讨论, 用筛选的办法, 给出判别标准。

1. 两种蛋白质第一限制氨基酸相同的情况。

假定两种蛋白质的第一限制氨基酸都是  $i$  氨基酸, 即

$$K_{\text{I}} = u_i^{\text{I}} \text{ 及 } K_{\text{II}} = u_i^{\text{II}}$$

根据  $K = \min[u_1, u_2, \dots, u_8]$ , 有

$$u_i^{\text{I}} \leq u_i^{\text{I}} \text{ 及 } u_i^{\text{II}} \leq u_i^{\text{II}}$$

其中  $i = 1, 2, \dots, 8$ , 但  $i \neq j$ 。由于  $x_1, x_2, u_i^{\text{I}}, u_i^{\text{II}}, u_i^{\text{I}}, u_i^{\text{II}}$  均大于零, 则

$$u_i^{\text{I}}x_1 \leq u_i^{\text{I}}x_1 \text{ 及 } u_i^{\text{II}}x_2 \leq u_i^{\text{II}}x_2$$

$$u_i^{\text{I}}x_1 + u_i^{\text{II}}x_2 \leq u_i^{\text{I}}x_1 + u_i^{\text{II}}x_2$$

即

$$u_i^{\text{III}} \leq u_i^{\text{I}}$$

那么

$$K_{\text{III}} = \min[u_1^{\text{III}}, \dots, u_8^{\text{III}}]$$

$$= u_i^{\text{III}} = u_i^{\text{I}}x_1 + u_i^{\text{II}}x_2$$

$$\leq \max[u_i^{\text{I}}, u_i^{\text{II}}]x_1 + \max[u_i^{\text{I}}, u_i^{\text{II}}]x_2$$

$$= \max[u_i^{\text{I}}, u_i^{\text{II}}]$$

$$= \max[K_{\text{I}}, K_{\text{II}}]$$

简写即  $K_{\text{III}} \leq \max[K_{\text{I}}, K_{\text{II}}]$ , 说明混合无互补作用, 其图象如图 2 所示:

2 两种蛋白质的第一限制氨基酸不同的情况。

设  $j$  是第一种蛋白质的第一限制氨基酸, 其氨基酸修正分为  $u_j^{\text{I}}$ 。设  $r$  是第二种蛋白质的第一限制氨基酸, 其氨基酸修正分为  $u_r^{\text{II}}$ 。并且  $i \neq r$ 。

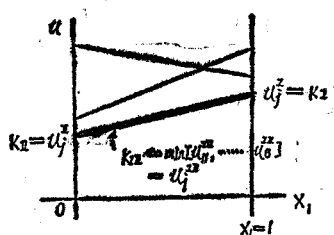


图 2

我们规定：当一种蛋白质的第一限制氨基酸有多种，要从中挑选一种作为第一限制氨基酸。挑选的原则是，看第二种蛋白质中这几种氨基酸的修正分，选分数值最低的作第一种蛋白质的第一限制氨基酸。这个规定保证了  $u_1^I < u_r^I$  及  $u_r^I < u_1^I$ 。

第一限制氨基酸不同的两种蛋白质混合有无互补作用，只与  $u_1^I, u_1^I, u_r^I, u_r^I$  这四个氨基酸修正分的大小顺序有关。

(1) 当  $u_r^I < u_1^I \leq u_1^I < u_r^I$  时，

$$\begin{aligned} K_{III} &= \min[u_1^{III}, u_2^{III}, \dots, u_8^{III}] \\ &\leq u_1^{II} = u_1^I x_1 + u_1^I x_2 \\ &\leq u_1^I x_1 + u_1^I x_2 \\ &= u_1^I = K_I \leq \max[K_I, K_{II}] \end{aligned}$$

简写即  $K_{III} \leq \max[K_I, K_{II}]$ ，说明混合无互补作用，其图象如图 3 所示：

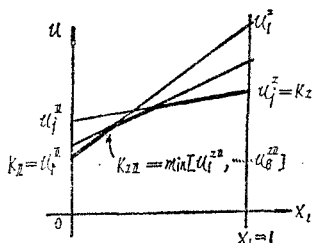


图 3

(2) 当  $u_1^I < u_r^I \leq u_r^I < u_1^I$  时，用(1)中相同的证明方法可证明两种蛋白质混合无互补作用，其图象如图所 4 示：

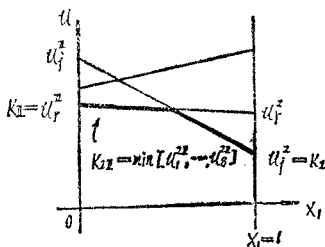


图 4

(3) 当  $\max[u_1^I, u_r^I] < \min[u_1^I, u_r^I]$  (即  $u_1^I < u_r^I, u_r^I < u_1^I$ ) 时，

$$\begin{aligned} u_1^{III} &= u_1^I x_1 + u_1^I x_2 (x_2 \neq 0) \\ &> u_1^I x_1 + u_1^I x_2 = u_1^I = K_I \end{aligned}$$

即  $u_1^I > K_I$

$$\begin{aligned} \text{而且 } u_1^{III} &= u_1^I x_1 + u_1^I x_2 \\ &= K_I x_1 + u_1^I (1 - x_1) \\ &= -K_I (1 - x) + u_1^I (1 - x_1) + K_I \\ &= (u_1^I - K_I) (1 - x_1) + K_I \end{aligned}$$

以上说明，在点  $x_1=1$  (不包括  $x_1=1$ ) 的左邻域内有

$$u_1^{III}(x_1) = K_{III}(x_1)$$

并且，  $u_1^{III}(x_1) = K_{III}(x_1) > K_{I0}$ 。

$$\begin{aligned} \text{同理, } u_r^{III} &= u_r^I x_1 + u_r^I x_2 \\ &> u_r^I x_1 + u_r^I x_2 (x_1 \neq 0) \\ &= u_r^I = K_I \end{aligned}$$

即  $u_r^{III} > K_{II}$

$$\begin{aligned} \text{而且 } u_r^{III} &= u_r^I x_1 + u_r^I x_2 \\ &= u_r^I x_1 + u_r^I (1 - x_1) \\ &= (u_r^I - u_r^I) x_1 + u_r^I \\ &= (u_r^I - K_{II}) x_1 + K_{II} \end{aligned}$$

这说明，在点  $x_1=0$  的右邻域内 (不包括  $x_1=0$  本身) 有

$$u_r^{III}(x_1) = K_{III}(x_1) > K_{II}$$

这样，我们就可以在  $x_1=0$  的右邻域内，或者在  $x_1=1$  的左邻域内找到  $x_1^*$  点，使

$$\begin{aligned} K_{III}(x_1^*) &= \max[u_1^{III}(x_{11}), u_r^{III}(x_{12})] \\ y_{11} &= x_1^* \text{ 或 } x_{12} = x_1^* \\ &> \max[K_I, K_{II}] \end{aligned}$$

就是说，混合存在互补作用，其图象如图 5 所示。

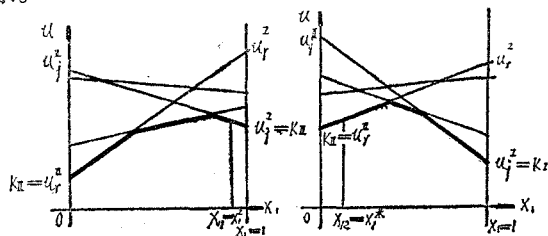


图 5

综合上述，我们给出两种蛋白质混合互补作用的判别标准。

设两种蛋白质为 I 和 II, 其第一限制氨基酸分别为  $j$  和  $r$ , 相应的氨基酸修正分分别为  $u_j^I, u_r^I, u_j^{II}, u_r^{II}$ , 如果以下两个条件同时得到满足, 则这种蛋白质混合才有互补作用。否则, 就不存在互补作用。这两个条件是:

(1) 两种蛋白质的第一限制氨基酸不同, 即  $j \neq r$ 。

(2)  $u_j^I < u_j^{II}, u_r^I < u_r^{II}$ 。

条件(2)用句通俗的话来说, 就是以“高”补“低”。混合互补作用就是以各自的“高”去补对方的“低”即以自己丰富的氨基酸使对方同种氨基酸——第一限制氨基酸得到补偿, 从而提高了混合蛋白质的质量指标  $K$ 。

### 五、多种蛋白质混合互补作用存在的判别标准

多种蛋白质混合互补作用存在判别标准的讨论方法与两种蛋白质混合的讨论方法相同。

1,  $m$  种蛋白质第一限制氨基酸相同的情况。

设  $m$  种蛋白质的第一限制氨基酸都是  $j$  氨基酸, 则有

$$\begin{aligned} K_1 &= u_j^1 \leq u_j^1 \\ K_2 &= u_j^2 \leq u_j^2 \quad (i=1, 2, \dots, 8, i \neq j) \\ &\dots\dots\dots \\ K_m &= u_j^m \leq u_j^m \end{aligned}$$

由于  $u_j^z$  及  $x_z (z=1, 2, \dots, m, i=1, 2, \dots, 8)$  均大于零, 则有

$$\begin{aligned} u_{ji}^{\text{混}} &= u_j^1 x_1 + u_j^2 x_2 + \dots + u_j^m x_m \\ &\leq u_j^1 x_1 + u_j^2 x_2 + \dots + u_j^m x_m \\ &= u_j^1 \end{aligned}$$

根据蛋白质质量指标的定义有:

$$\begin{aligned} K_{\text{混}} &= \min[u_{j1}^{\text{混}}, u_{j2}^{\text{混}}, \dots, u_{jm}^{\text{混}}] \\ &= u_{ji}^{\text{混}} = u_j^1 x_1 + u_j^2 x_2 + \dots + u_j^m x_m \\ &\leq \max[u_j^1, u_j^2, \dots, u_j^m] (x_1 + x_2 + \dots + x_m) \\ &= \max[u_j^1, u_j^2, \dots, u_j^m] \\ &= \max[k_1, k_2, \dots, k_m] \end{aligned}$$

即  $K_{\text{混}} \leq \max[K_1, K_2, \dots, K_m]$

所以, 混合没有互补作用。

2,  $m$  种蛋白质的第一限制氨基酸不同时,

我们设  $m$  个第一限制氨基酸依次为  $j_1, j_2, \dots, j_m$ 。不妨设  $j_1$  是这  $m$  个第一限制氨基酸中氨基酸修正分最高的, 即

$$u_{j1}^1 = \max[u_{j1}^1, u_{j2}^2, \dots, u_{jm}^m]$$

再设  $m$  种蛋白质关于  $j_1$  氨基酸的修正分依次为  $u_{j1}^1, u_{j1}^2, \dots, u_{j1}^m$ 。

(1) 如果  $\max[u_{j1}^1, u_{j1}^2, \dots, u_{j1}^m] \leq u_{j1}^1$ ,

则

$$\begin{aligned} K_{\text{混}} &= \min[u_{j1}^{\text{混}}, u_{j2}^{\text{混}}, \dots, u_{jm}^{\text{混}}] \\ &\leq u_{j1}^{\text{混}} \\ &= u_{j1}^1 x_1 + u_{j1}^2 x_2 + \dots + u_{j1}^m x_m \\ &\leq u_{j1}^1 x_1 + u_{j1}^1 x_2 + \dots + u_{j1}^1 x_m \\ &= u_{j1}^1 \\ &\Rightarrow K_1 \leq \max[K_1, K_2, \dots, K_m] \end{aligned}$$

简写即  $K_{\text{混}} \leq \max[K_1, K_2, \dots, K_m]$

因此, 这  $m$  种蛋白质混合无互补作用。

(2) 如果  $u_{j1}^2, \dots, u_{j1}^m$  中至少有一个比  $u_{j1}^1$  大, 不妨设  $u_{j12}^2 > u_{j1}^1$ , 由

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = 1$$

解得  $x_1 = 1 - x_2 - x_3 - \dots - x_m$

代入  $u_{ji}^{\text{混}} = u_{ji}^1 x_1 + u_{ji}^2 x_2 + u_{ji}^m x_m$

得到  $u_{ji}^{\text{混}} = (u_{ji}^2 - u_{ji}^1) x_2 + (u_{ji}^3 - u_{ji}^1) x_3 + \dots + (u_{ji}^m - u_{ji}^1) x_m + u_{ji}^1$

显然  $\frac{\partial u_{ji}^{\text{混}}}{\partial x_2} = u_{ji}^2 - u_{ji}^1 > 0$

这说明在  $m$  维空间的点  $(1, 0, \dots, 0)$  的邻域内, 从点  $(1, 0, \dots, 0)$  向点  $(0, 1, 0, \dots, 0)$  这个方向上,  $u_{ji}^{\text{混}}$  是增加的。

因为  $u_{j1}^1 = K_1$ , 所以在点  $(1, 0, \dots, 0)$  的邻域内有

$$K_{\text{混}} = K_{\text{混}}(x_1, x_2, \dots, x_m) = u_{ji}^{\text{混}}(x_1, x_2, \dots, x_m) \text{ 成立。从而在点 } (1, 0, \dots, 0) \text{ 的邻域内有}$$

$$\frac{\partial K_{\text{混}}}{\partial x_2} = \frac{\partial u_{ji}^{\text{混}}}{\partial x_2} > 0$$

说明  $K_{\text{混}}(x_1, x_2, \dots, x_m)$  在点  $(1, 0, \dots, 0)$  的邻域内, 从  $(1, 0, \dots, 0)$  向点  $(0, 1, 0, \dots, 0)$  的方向上是增加的, 因此在这个方向上, 我们可以找到一点  $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$  使

$$K_{\text{混}}(x^*) > K_1 = \max[K_1, K_2, \dots, K_m]$$

而 $x^*$ 落在 $(1, 0, \dots, 0)$ 的邻域内, 但 $x_1^* \neq (1, 0, \dots, 0)$ 。

以上说明一种蛋白质混合存在互补作用。

值得提及的是: 当 $j_1$ 不是一种氨基酸时, 即 $j_1 = j_{11}, j_{12}, j_{13}$ 时, 应当看 $u_{j_{11}}^2, u_{j_{12}}^2, u_{j_{13}}^2$ , 选 $\min[u_{j_{11}}^2, u_{j_{12}}^2, u_{j_{13}}^2]$ 的那一种作为第一限制氨基酸 $j_1$ 。

综合上述, 我们给出多种蛋白质混合互补作用存在的判别标准。

如果:

(1)  $m$ 种蛋白质的第一限制氨基酸不完全相同。

(2) 设 $m$ 种蛋白质的第一限制氨基酸为 $j_1, j_2, \dots, j_m$ , 其氨基酸修正分依次为 $u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{im}^m$ 。设 $u_{ir}^r$ 是其中最大值, 即

$$u_{ir}^r = \max[u_{i1}^1, u_{i2}^2, \dots, u_{im}^m]。$$

又设 $m$ 种蛋白质关于 $j_r$ 氨基酸的修正分依次为 $u_{ir}^1, u_{ir}^2, \dots, u_{ir}^m$ , 其中至少有一个 $u_{ir}^H$ 使

$$u_{ir}^H > u_{ir}^r \quad H \neq r。$$

当 $j_r$ 不是一种氨基酸时, 按 $H$ 与 $r$ 两种蛋白质混合确定那一种氨基酸是 $r$ 蛋白质的第一限制氨基酸。

以上两个条件同时得到满足的 $m$ 种蛋白质混合才有互补作用。否则, 混合就没有互补作用。

## 六 食物混合与纯蛋白质混合的异同

前面的结果, 都是在纯蛋白质混合的情况下得到的。这些结果是否可以直接用于食物混合呢? 食物与纯蛋白质的差异就是食物蛋白质的含量, 由于判别混合有无互补作用不涉及蛋白质含量问题, 所以纯蛋白质混合得到的判别标准

可直接用于食物混合。最佳配比的计算则不行。由于食物的蛋白质含量的影响, 结果也不同。但是, 二者是有关系的。

设 $m$ 种食物的蛋白质含量为 $A_i (0 \leq A_i \leq 1, i=1, 2, \dots, m)$ , 这 $m$ 种食物的最佳配比为

$$y_i (i=1, 2, \dots, m, \sum_{i=1}^m y_i = 1)$$

$m$ 种同样的纯蛋白质混合, 其最佳配为 $x^* (i=1, 2, \dots, m)$ 。

$m$ 种食物的混合, 各食物提供的蛋白质为 $A_1 y_1, A_2 y_2, \dots, A_m y_m$ , 提供蛋白质总量为

$$M = \sum_{i=1}^m A_i y_i。显然  $x_i^*$  与  $y_i$  满足以下$$

关系:

$$\frac{A_i y_i}{M} = x_i^* \quad i=1, 2, \dots, m,$$

$$即 \quad \frac{y_i}{M} = \frac{x_i^*}{A_i} \quad i=1, 2, \dots, m$$

$$相加有 \quad \sum_{i=1}^m \frac{y_i}{M} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^m y_i = \frac{1}{M} = \sum_{i=1}^m \frac{x_i^*}{A_i} \\ (\sum_{i=1}^m y_i = 1)$$

$$那么 y_i = \frac{\frac{y_i}{M}}{\frac{1}{M}} = \frac{\frac{x_i^*}{A_i}}{\sum_{i=1}^m \frac{x_i^*}{A_i}} \quad i=1, 2, \dots, m。(H)$$

我们把上述最后一个式子记做(H)式。它表明, 对于食物混合, 可按前边叙述方法求其纯蛋白相混合得到的最佳配比 $x^* (i=1, 2, \dots, m)$ , 然后再按(H)式求得食物的最佳配比 $y_i = 1, 2, \dots, m)$ 。

# 栀子黄色素的绿变原因及防止法

浙江省化工所 叶杭菊

色素是一种引起食欲的食品添加剂, 所以在饮料、食品中广为应用。但是近年来人们认

为相当多量的合成色剂具有致癌性, 致畸性, 与目前市场上出现的矿物色素一样有害于人类